

УДК 539.182

## АНЗАЦ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДЕМКОВА–КУНИКЕ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ХОЛОДНЫХ МОЛЕКУЛ

Г. Г. АЗИЗБЕКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия

LPMC, Université Paul Verlaine–Metz, Metz, France

(Поступила в редакцию 17 декабря 2009 г.)

В приближении среднего поля исследована нелинейная динамика формирования ультрахолодных молекул в случае, когда конфигурация внешнего поля задается моделью Демкова–Кунике с пересечением уровней, характеризующейся колоколообразной временной формой импульса и изменением расстройки в конечных пределах. Рассмотрен режим быстрого пересечения резонанса в пределе сильного взаимодействия, который моделирует ситуацию с достаточно большим пиковым значением импульса и с достаточно высокой скоростью пересечения резонанса, и построен весьма точный анзац, описывающий временную динамику формирования молекул в указанном режиме взаимодействия. Абсолютная ошибка построенного приближения для конечной вероятности перехода не превышает  $3 \times 10^{-6}$ ; при этом, в некоторых промежутках времени после прохождения резонанса она может достигать  $10^{-3}$ . Рассматривая роль отдельных слагаемых в построенном приближении, показано, что в режиме быстрого пересечения резонанса в пределе сильного взаимодействия временная динамика атомно–молекулярных превращений эффективно состоит из процесса прохождения через резонанс (описываемого некоторым нелинейным уравнением), за которым далее следуют когерентные атомно–молекулярные осцилляции, которые в принципе описываются решением линейной задачи, ассоциированной с рассматриваемой нелинейной задачей.

### 1. Введение

После реализации бозе–эйнштейновской конденсации (БЭК) [1] в разреженных газах нейтральных атомов щелочных металлов следующей задачей являлось достижение БЭК для молекул. Молекулы имеют сложную внутреннюю структуру и, следовательно, больше степеней свободы, поэтому они предлагают широкий спектр свойств, недоступных в случае атомов. Однако, в отличие от атомарных конденсатов, достижение молекулярных конденсатов с помощью стандартных методов лазерного охлаждения [2] является практически невозможным ввиду наличия у молекул вращательно–колебательных уровней. Вследствие этого стандартными инструментами для создания холодных молекул стали рамановская фотоассоциация [3] и

магнитный Фешбах-резонанс [4], используя из ультрахолодные атомарные газы [5-7].

Теоретическое описание динамики образования холодных молекул (см., например, [8-20]) до сих пор в основном было сосредоточено на модели Ландау–Зинера (ЛЗ) [21]. В случае фотоассоциации модель ЛЗ описывает ситуацию, когда два квантовых состояния связаны посредством внешнего оптического поля с постоянной амплитудой и линейно изменяющейся во времени переменной частотой. Однако, данная ситуация имеет определенные недостатки: нереалистично иметь постоянное, неотключающееся поле или бесконечные энергии при  $t \rightarrow \pm\infty$ . Но существует модель, которая обладает всеми достоинствами модели ЛЗ и свободна от ее недостатков. Такой моделью является первая модель Демкова–Кунике (ДК) с квазилинейным пересечением уровней с колоколообразной формой импульса (импульс исчезает при  $t \rightarrow \pm\infty$ ) и конечной расстройкой [22]. Модель ДК можно рассматривать как физическое обобщение модели ЛЗ.

В настоящей работе исследована временная динамика когерентного формирования молекул посредством фото- или Фешбах-ассоциации сверхохлажденных атомов (в рамках настоящей работы фотоассоциация и Фешбах-резонанс математически эквивалентны, и для определенности ниже используется терминология фотоассоциации). Мы рассматриваем конденсат, первоначально находящийся полностью в атомарном состоянии, так как в современных условиях эксперимента этот случай встречается чаще всего.

Предел слабого взаимодействия нелинейной задачи ДК, соответствующий малым значениям пиковой амплитуды лазерного поля, недавно был рассмотрен в работе [23], где была получена аналитическая формула, описывающая временную динамику образования молекул. Предел сильного взаимодействия модели ДК, соответствующий большим значениям пиковой амплитуды лазерного поля, был изучен в [24-26]. В работах [24,25] было показано, что предел сильного взаимодействия задачи ДК эффективно подразделяется на два различных режима взаимодействия, соответствующих медленному и быстрому прохождению резонанса. При медленном прохождении резонанса система проявляет осцилляции типа Раби с большой амплитудой между атомарными и молекулярными населенностями. В обратном пределе, в случае достаточно быстрого пересечения резонанса, наблюдаются только слабые, затухающие колебания.

В работе [26] было построено приближенное решение нелинейной задачи ДК для режима быстрого пересечения резонанса в пределе сильного взаимодействия. Это приближение, задаваемое как решение некоторого нелинейного уравнения первого порядка, содержит некоторый управляемый параметр, который был определен вариационной процедурой. Тем не менее, построенное приближение упускает некоторые важные свойства процесса ассоциации, такие как когерентные осцилляции между атомарным и молекулярным населенностями, которые возникают после прохождения

системы через резонанс. В настоящем же исследовании для построения следующего члена приближения для данной задачи в качестве нулевого приближения мы используем решение, представленное в работе [26]. Полученное приближение содержит настраиваемые параметры, которые определяются численно. Численные расчеты показывают, что абсолютная ошибка построенной формулы для конечной вероятности перехода меньше  $3 \times 10^{-6}$ , а в общем случае, в определенные моменты времени она может увеличиться до  $10^{-3}$ .

## 2. Математическая трактовка

В двухмодовом приближении среднего поля, когерентная динамика процесса формирования ультрахолодных двухатомных молекул описывается следующей базовой квазиклассической временной нелинейной двухуровневой моделью [27, 28]:

$$\begin{aligned} i \frac{da_1}{dt} &= U(t) e^{-i\delta(t)} \bar{a}_1 a_2, \\ i \frac{da_2}{dt} &= U(t) / 2 e^{i\delta(t)} a_1 a_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t$  есть время,  $a_1$  и  $a_2$  суть амплитуды вероятностей атомарного и молекулярного состояний, соответственно,  $\bar{a}_1$  обозначает комплексное сопряженное к  $a_1$ , реальная функция  $U(t)$ , именуемая частотой Раби, пропорциональна амплитуде лазерного ассоциирующего поля, а реальная функция  $\delta(t)$  является интегралом от соответствующей частотной расстройки  $\delta_i$  (ниже всюду подстрочный индекс обозначает дифференцирование по соответствующей переменной). Система (1) имеет первый интеграл  $|a_1|^2 + 2|a_2|^2 = \text{const} = 1$ , выражающий сохранение числа частиц в процессе взаимодействия. Поскольку мы рассматриваем базовую ситуацию, когда система начинает свою эволюцию из полностью атомарного состояния, то налагаются следующие начальные условия:  $|a_1(-\infty)| = 1$ ,  $a_2(-\infty) = 0$ .

Рассматриваемая конфигурация внешнего поля модели ДК определяется как

$$U = U_0 \text{sech}(t/\tau), \quad \delta_i = 2\delta_0 \tanh(t/\tau), \quad (\tau > 0), \quad (2)$$

где  $\tau$  – (положительный) параметр масштабирования. В дальнейшем мы будем считать  $\tau = 1$ , что эквивалентно перемасштабированию времени (см. рис.1).

Следуя общей схеме, представленной в работах [23-26], сначала в основной системе уравнений (1) применим преобразование независимой переменной

$$z(t) = \int_0^t \frac{U(t')}{U_0} dt', \quad (3)$$

которое сводит исходные уравнения к форме с постоянной амплитудой. Далее, выпишем точное уравнение, удовлетворяемое функцией  $p = |a_2|^2$ :

$$p_{zzz} - \frac{\delta_{zz}^*}{\delta_z^*} p_{zz} + [\delta_z^{*2} + 4\lambda(1-3p)] p_z + \frac{\lambda}{2} \frac{\delta_{zz}^*}{\delta_z^*} (1-8p+12p^2) = 0, \quad (4)$$

где функция  $\delta_z^*$ , именуемая эффективной расстройкой, определяется как

$$\delta_z^*(z(t)) = \delta_i(t) \sqrt{\lambda} / U(t), \quad (5)$$

где  $\lambda = U_0^2$ .

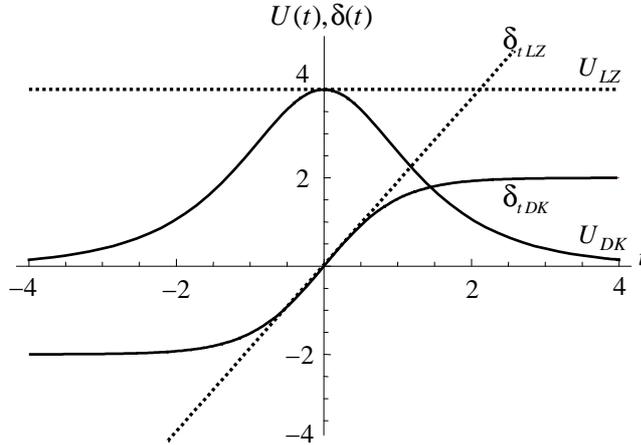


Рис.1. Зависимость  $U(t)$  и  $\delta(t)$  от  $t$ . Сплошные кривые – модель Демкова–Кунике:  $U = U_0 \operatorname{sech}(t)$ ,  $\delta_i = 2\delta_0 \tanh(t)$ , пунктирная линия – модель Ландау–Зинера:  $U = U_0$ ,  $\delta_i = 2\delta_0 t$ .

Принимая во внимание определение модели Демкова–Кунике (2), получаем  $\delta_z^*(z(t)) = 2\delta_0 \sinh(t)$ . Несмотря на то, что максимальное значение, достигаемое функцией  $p$ , равно  $1/2$ ,  $p \in [0, 1/2]$ , мы условно называем  $p$  вероятностью молекулярного состояния. Для лучшего интуитивного понимания процесса формирования молекул в режиме быстрого пересечения резонанса в пределе сильного взаимодействия ( $\lambda > 1$ ,  $1 < \delta_0 < \lambda^{1/2}$ ) на рис.2 приведены численные графики временной зависимости вероятности молекулярного состояния в указанном режиме взаимодействия.

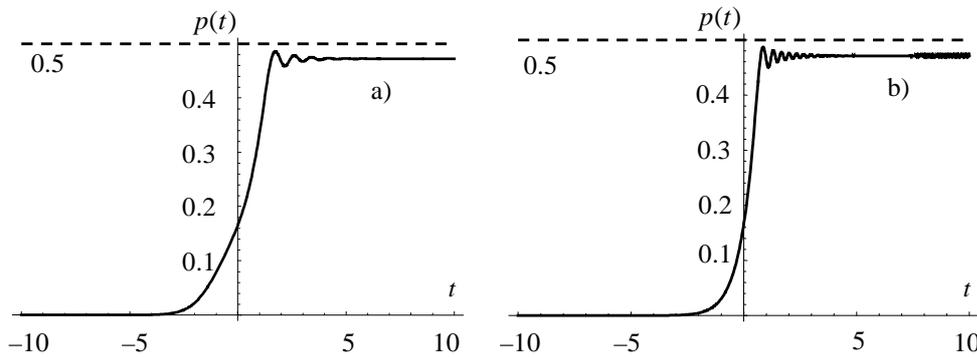


Рис.2. Вероятность молекулярного состояния в зависимости от времени для модели ДК в режиме быстрого пересечения резонанса в пределе сильного взаимодействия; а)  $\lambda = 100$ ,  $\delta_0 = 4$ ;  
 б)  $\lambda = 100$ ,  $\delta_0 = 10$ .

В работе [26] приближенное решение точного уравнения для вероятности молекулярного состояния (4) было построено путем пренебрежения двумя производными высших порядков и добавления к упрощенному уравнению слагаемого вида  $A\delta_{zz}^*/\delta_z^*$ , где  $A$  – вариационный параметр. Таким образом, в качестве нулевого приближения задачи было выбрано решение следующего нелинейного уравнения первого порядка:

$$\left[\delta_z^{*2} + 4\lambda(1 - 3p_0)\right]p_{0z} + (\lambda/2)(\delta_{zz}^*/\delta_z^*)(1 - 8p_0 + 12p_0^2) - A\delta_{zz}^*/\delta_z^* = 0. \quad (6)$$

Аргументы в пользу построения этого приближения основаны на предположении, что в режиме быстрого пересечения резонанса в пределе сильного взаимодействия параметры  $\lambda$  и  $\delta_0$  являются большими. Как было показано в работе [26], точное решение вышеуказанного модифицированного предельного уравнения (6), удовлетворяющее начальному условию  $p_0(t = -\infty) = 0$ , задается как решение следующего полиномиального уравнения четвертого порядка:

$$\lambda/\delta_z^{*2}(z(t)) = p_0(p_0 - \beta_1)(p_0 - \beta_2)/9(p_0 - \alpha_1)^2(p_0 - \alpha_2)^2, \quad (7)$$

где

$$\alpha_{1,2} = 1/3 \mp (1/6)\sqrt{1 + 6A/\lambda}, \quad \beta_{1,2} = 1/2 \mp \sqrt{A/2\lambda}. \quad (8)$$

Уравнение (7) задает алгебраическое уравнение четвертой степени для определения  $p_0(t)$ . Заметим, что

$$p_0(0) = \alpha_1 \text{ и } p_0(+\infty) = \beta_1. \quad (9)$$

Предельное решение  $p_0(z(t), A)$  есть монотонно возрастающая функция, которая начинается с нуля при  $t = -\infty$ , достигает некоторого значения, меньшего  $1/6$  при  $t = 0$ , и стремится к конечному положительному значению, меньшему  $1/2$ , при  $t \rightarrow +\infty$  для  $0 < A < \lambda/2$  (см. рис.3).

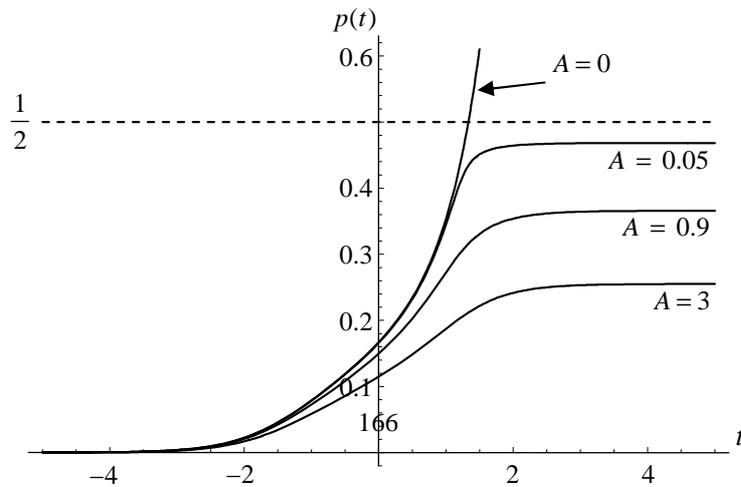


Рис.3. Предельное решение  $p_0(t)$  (уравнения (6) и (7)) в зависимости от времени для  $A = 0, 0.05, 0.9, 3$  и  $\lambda = 25$ .

В работе [26] было предложено некоторое аналитическое выражение для параметра  $A$ . Здесь же мы не фиксируем значение  $A$  и рассматриваем его в качестве вариационного параметра.

Попытаемся теперь построить первое приближение задачи, используя предельную функцию  $p_0$  в качестве нулевого приближения. Для этого произведем замену зависимой переменной

$$p = p_0 + u \quad (10)$$

в точном уравнении для вероятности молекулярного состояния (4). Данное преобразование приводит к следующему точному уравнению для поправочного члена  $u$ :

$$\left( \frac{d}{dz} - \frac{\delta_{zz}^*}{\delta_z^*} \right) (u_{zz} + 4\lambda(1 - 3p_0)u + p_{0zz} - A - 6\lambda u^2) - \delta_z^{*2} u_z = 0. \quad (11)$$

Поскольку предполагается, что функция  $p_0$  является хорошим приближением для вероятности молекулярного состояния  $p$ , то поправка  $u$  должна быть небольшой. Таким образом, если пренебречь нелинейным членом  $-6\lambda u^2$ , точное уравнение (11) для  $u$  окажется линеаризованным. Далее, сравним полученное линейное уравнение с уравнением, имеющим место в случае линейной теории неадиабатических переходов, и приводящим к аналитически известной вероятности населенности второго уровня  $P_{DK}$  (подробности см. в [23]). Видно, что если мы будем рассматривать  $p_0$  в качестве постоянной, то решение построенного линеаризованного уравнения будет задаваться в виде масштабированного решения линейной задачи ДК с измененными параметрами. Это наблюдение является основанием для предположения, что точное решение уравнения (11) можно аппроксимировать следующим образом:

$$u = C^* \frac{P_{DK}(\lambda^*, \delta_0^*, t - t_{ph})}{P_{DK}(\lambda^*, \delta_0^*, \infty)}, \quad (12)$$

где  $P_{DK}(\lambda^*, \delta_0^*, t)$  является решением линейной задачи ДК с эффективными параметрами  $\lambda^*$ ,  $\delta_0^*$ ; здесь  $t_{ph}$  задает дополнительный временной сдвиг.

Сопоставив уравнения (10) и (12), мы приходим к следующему основному анзацу: достаточно хорошее приближение, описывающее временную эволюцию вероятности молекулярного состояния, может быть записано в виде суммы решения предельного уравнения (6) и масштабированного решения линейной задачи ДК с измененными параметрами:

$$p = p_0(A, t) + C^* \frac{P_{DK}(\lambda^*, \delta_0^*, t - t_{ph})}{P_{DK}(\lambda^*, \delta_0^*, \infty)}. \quad (13)$$

Это предположение хорошо согласуется с численным анализом: численное моделирование показывает, что всегда можно найти такие  $A$ ,  $C^*$ ,  $\lambda^*$ , и  $t_{ph}$ , что функция (13) в пределах точности вычислений совпадет с численным решением точного уравнения для вероятности молекулярного состояния (4). Вычисления также показывают, что на самом деле нет необходимости изменять параметр расстройки  $\delta_0$ . Более того, оказалось, что можно положить  $t_{ph} = 0$ . Дальнейший численный анализ показывает, что абсолютная ошибка формулы (13) для конечной вероятности перехода меньше, чем  $3 \times 10^{-6}$ . Для произвольных же моментов времени абсолютная ошибка обычно порядка  $10^{-5} - 10^{-4}$ , а для точек первых нескольких максимумов и минимумов функции  $p(t)$  (при некоторых значениях входных параметров  $\lambda$  и  $\delta_0$ ) ошибка может увеличиться до  $10^{-3}$ .

Рассматривая роль двух членов в приближенном выражении для вероятности молекулярного состояния (13), мы видим, что первый член, являясь решением нелинейного уравнения (6), эффективно описывает процесс образования молекулы, а второй, являясь масштабированным решением линейной задачи ДК, описывает колебания, которые возникают спустя некоторое время после прохождения системы через резонанс (см. рис.4). Из этого можно сделать вывод, что в пределе сильного взаимодействия динамика атомно-молекулярных превращений эффективно состоит из нелинейного пересечения резонанса и последующих атомно-молекулярных когерентных осцилляций, которые имеют преимущественно линейный характер. Возможность применения такого разложения не так очевидна, поскольку система уравнений (1) существенно нелинейна.

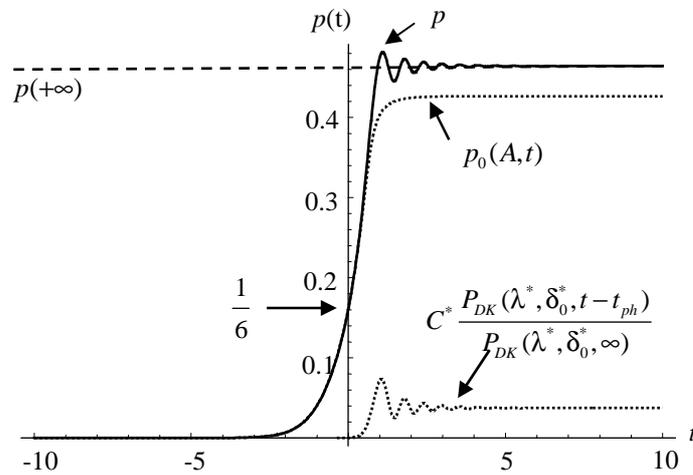


Рис.4. Вероятность молекулярного состояния  $p$ , решение предельного уравнения  $p_0$ , определяемое по формуле (6), а

также масштабированное решение линейной задачи ДК с измененными параметрами ( $\lambda = 49$  и  $\delta_0 = 5.5$ ).

Одним из основных достоинств уравнения (13) является то, что оно дает простое выражение для конечной вероятности перехода, записываемое с помощью параметров  $A$  и  $C^*$ :

$$p(+\infty) = p_0(+\infty) + C^*, \quad (14)$$

Для изучения асимптотического поведения вариационных параметров  $A$  и  $C^*$  в пределе  $\lambda \rightarrow \infty$  подставим пробную функцию (13) в точное уравнение для вероятности молекулярного состояния (4) и рассмотрим поведение остатка

$$R = \left( \frac{d}{dz} - 2 \operatorname{csc}(2z) \right) \left\{ 4 \left[ \lambda(1 - 3p_0) - \lambda^* \right] C^* \frac{P_{DK}(\lambda^*, z(t))}{P_{DK}(\lambda^*, z(+\infty))} + \right. \\ \left. + C^* \frac{2\lambda^*}{P_{DK}(\lambda^*, z(+\infty))} + (p_{0zz} - A) - 6\lambda C^{*2} \frac{P_{DK}^2(\lambda^*, z(t))}{P_{DK}^2(\lambda^*, z(+\infty))} \right\}. \quad (15)$$

Заметим, что для  $\lambda \gg 1$  первым слагаемым остатка можно пренебречь при следующем выборе вариационного параметра  $\lambda^*$ :

$$\lambda^* = \lambda(1 - 3p_0(+\infty)). \quad (16)$$

Принимая во внимание значение  $p_0(+\infty)$  [см. формулы (8) и (9)], имеем

$$\lambda^* = -\frac{\lambda}{2} + 3\sqrt{\frac{A\lambda}{2}}. \quad (17)$$

Следовательно, мы приходим к заключению, что при  $\lambda \gg 1$   $\lambda^*$  является (большим) отрицательным параметром.

Что касается двух последних слагаемых уравнения (15), то их следует минимизировать относительно параметра  $C^*$ . Тогда непосредственно получаем уравнение

$$\frac{\partial(R/C^*)}{\partial C^*} = \left( \frac{d}{dz} - 2 \operatorname{csc}(2z) \right) \left( -\frac{1}{C^{*2}}(p_0' - A) - 6\lambda \frac{P_{DK}^2(\lambda^*, z(t))}{P_{DK}^2(\lambda^*, z(+\infty))} \right) = 0. \quad (18)$$

Так как последнее слагаемое пропорционально (большому) параметру  $\lambda$  и  $P_{DK}(\lambda^*, t)$  является возрастающей функцией от времени, то "худшая" точка – это  $t = +\infty$ . Следовательно, нужно произвести минимизацию при  $t = +\infty$ . Это сразу же приводит к следующему значению для  $C^*$ :

$$C^* = \sqrt{\frac{A}{6\lambda}}. \quad (19)$$

Таким образом, мы построили приближенные выражения для вариационных параметров  $C^*$  и  $\lambda^*$  в случае больших пиковых значений интенсивности лазерного поля и умеренных значений скорости пересечения

резонанса ( $\lambda \gg 1$ ,  $1 < \delta_0 < \sqrt{\lambda}$ ). Отметим, что параметры  $C^*$  и  $\lambda^*$  по-прежнему зависят от вариационного параметра  $A$ .

### 3. Заключение

В приближении среднего поля рассмотрен предел сильного взаимодействия с достаточно быстрым прохождением через резонанс в нелинейной задаче Демкова–Кунике когерентного формирования молекул в атомарных бозе-эйнштейновских конденсатах посредством двухмодовой одноцветной фотоассоциации или путем перехода через Фешбах-резонанс. В случае фотоассоциации рассматриваемый режим взаимодействия описывает ситуацию, когда пиковая интенсивность излучения лазерного поля велика, а частота лазера, будучи сильно отстроенной в начале взаимодействия, пересекает резонанс квазилинейно во времени, а затем, удаляясь от резонанса, в конечном счете, в конце взаимодействия приходит к достаточно большому, но конечному значению ( $\lambda > 1$ ,  $1 < \delta_0 < \lambda^{1/2}$ ).

Показано, что приближенное выражение для вероятности молекулярного состояния эффективно может быть представлено в виде суммы двух различных слагаемых (см. формулу (13)). Первое слагаемое определяется как решение предельного нелинейного дифференциального уравнения первого порядка (6), а второе слагаемое является масштабированным решением линейной задачи Демкова–Кунике с измененными параметрами. Рассматривая роль отдельных слагаемых, сделан вывод, что в пределе сильного взаимодействия динамика атомно-молекулярных переходов, в сущности, состоит из нелинейного пересечения резонанса и последующих атомно-молекулярных когерентных осцилляций, которые имеют преимущественно линейный характер. Возможность применения такого разложения не очевидна, поскольку характер системы уравнений (1) является существенно нелинейным.

Построенное решение содержит три вспомогательных вариационных параметра,  $A$ ,  $C^*$  и  $\lambda^*$ , при соответствующем выборе которых построенное приближение описывает процесс образования молекул с высокой точностью: абсолютная ошибка для конечной вероятности перехода меньше, чем  $3 \times 10^{-6}$ . Для произвольного же момента времени абсолютная ошибка обычно порядка  $10^{-5} - 10^{-6}$ , а для точек первых нескольких максимумов и минимумов решения (при определенных значениях параметров) ошибка может увеличиться до  $10^{-3}$ .

Автор выражает благодарность проф. А.М. Ишханяну за большую помощь при выполнении работы.

Данная работа проведена в рамках Международной Совместной Лаборатории IRMAS. Работа выполнена при поддержке Армянского Национального Научно-Образовательного Фонда (грант № ANSEF 2009-PS-1692), посольства Франции в Армении (грант № 2007-3849 Boursière du Gouvernement Français, Ecole Doctorale Lorraine de Chimie et Physique

Moléculaires), Федерального Агентства по Образованию Российской Федерации и армянского Образовательного Фонда "Луйс".

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **M.H.Anderson, J.R.Ensher, M.R.Matthews, C.E.Wieman, E.A.Cornell.** Science, **269**, 198 (1995); **K.B.Davis, M.-O.Mewes, M.R.Andrews, N.J. van Druten, D.S.Durfee, D.M.Kurn, W.Ketterle.** Phys. Rev. Lett., **75**, 3969 (1995); **C.C.Bradley, C.A.Sackett, J.J.Tollett, R.G.Hulet.** *ibid.*, **75**, 1687 (1995).
2. **W.D.Phillips.** Rev. Mod. Phys., **70**, 721 (1998); **C.N.Cohen-Tannoudji.** Rev. Mod. Phys., **70**, 707 (1998); **S.Chu.** Rev. Mod. Phys., **70**, 685 (1998).
3. **H.R.Thorshiem, J.Weiner, P.S.Julienne.** Phys. Rev. Lett., **58**, 2420 (1987); **R. Napolitano, J.Weiner, C.J.Williams, P.S.Julienne.** *ibid.*, **73**, 1352 (1994).
4. **W.C.Stwalley.** Phys. Rev. Lett., **37**, 1628 (1976); **E.Tiesinga, B.J.Verhaar, H.T.C. Stoof.** Phys. Rev. A, **47**, 4114 (1993).
5. **E.A.Donley, N.R.Claussen, S.T.Thompson, C.E.Wieman.** Nature, **417**, 529 (2002); **S.Durr, T.Volz, A.Marte, G.Rempe.** Phys. Rev., Lett., **92**, 020406 (2004); **K.Xu, T.Mukaiyama, J.R.Abo-Shaer, J.K.Chin, D.E.Miller, W.Ketterle.** *ibid.*, **91**, 210402 (2003); **J.Herbig, T.Kraemer, M.Mark, T.Weber, C.Chin, H.-C.Ngerl, R.Grimm.** Science, **301**, 1510 (2003).
6. **C.A.Regal, C.Ticknor, J.L.Bohn, D.S.Jin.** Nature, **424**, 47 (2003); **K.E.Strecker, G.B.Partridge, R.G.Hulet.** Phys. Rev. Lett., **91**, 080406 (2003); **S.Jochim et al.** *ibid.*, **91**, 240402 (2003); **J.Cubizolles et al.** *ibid.*, **91**, 240401 (2003). **M.Greiner, C.A.Regal, D.S.Jin.** Nature, **426**, 537 (2003).
7. **M.W.Zwierlein, C.A.Stan, C.H.Schunck, S.M.F.Raupach, S.Gupta, Z.Hadzi-babic, W.Ketterle.** Phys. Rev. Lett., **91**, 250401 (2003); **S.Jochim, M.Bartenstein, A.Altmeyer, G.Hendl, S.Riedl, C.Chin, J. Hecker Denschlag.** Science, **302**, 2101 (2003).
8. **A.Ishkhanyan, J.Javanainen, H.Nakamura.** J. Phys. A, **38**, 3505 (2005).
9. **A.Ishkhanyan, J.Javanainen, H.Nakamura.** J. Phys. A, **39**, 14887 (2006).
10. **R.Sokhoyan, H.Azizbekyan, C.Leroy, A.Ishkhanyan.** e-print arXiv:0909.0625 (2009).
11. **A.Ishkhanyan, B.Joulakian, K.-A.Suominen.** J. Phys. B, **42**, 221002 (2009).
12. **R.A.Barankov, L.S.Levitov.** arXiv:cond-mat/0506323v1 (2005).
13. **E.Altman, A.Vishwanath.** Phys. Rev. Lett., **95**, 110404 (2005).
14. **I.Tikhonenkov, E.Pazy, Y.B.Band, M.Fleischhauer, A.Vardi.** Phys. Rev. A, **73**, 043605 (2006).
15. **B.E.Dobrescu, V.L.Pokrovsky.** Phys. Lett. A, **350**, 15 (2006).
16. **A.Altland, V.Gurarie.** Phys. Rev. Lett., **100**, 063602 (2008).
17. **A.Altland, V.Gurarie, T.Kriecherbauer, A.Polkovnikov.** Phys. Rev. A, **79**, 042703 (2009).
18. **A.P.Itin, A.A.Vasiliev, G.Krishna, S.Watanabe.** Physica D, **232**, 108 (2007).
19. **A.P.Itin, P.Törmä,** e-print arXiv:0901.4778 (2009).
20. **R.Sokhoyan, D.Melikdzhanian, C.Leroy, H.-R.Jauslin, A.Ishkhanyan.** e-print arXiv:0910.3061 (submitted to Physica D), (2009).
21. **Л.Д.Ландау.** Физ. Ж. Советского союза, **2**, 46 (1932); **C.Zener.** Proc. R. Soc. London, Ser. A **137**, 696 (1932).
22. **Н.Демков, М. Кунике.** Вестник ЛГУ, Физика, Химия, **16**, 39 (1969); **К.-А.Suominen, В.М.Garraway.** Phys. Rev. A, **45**, 374 (1992).
23. **Р.Сохоян, Г.Азизбекян, К.Леруа, А.Ишханян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 417 (2009).

24. **Р.Сохоян, Г.Азизбемян, Б.Джулакян, А.Ишханян.** Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 188 (2006).
25. **A.Ishkhanyan, B.Joulakian, K.-A.Suominen.** Eur. Phys. J. D, **48**, 397 (2008).
26. **Р.Сохоян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 79 (2010).
27. **J.Javanainen, M.Mackie.** Phys. Rev. A, **59**, R3186 (1999); **M.Kostrun, M.Mackie, R.Cote, J.Javanainen.** Phys. Rev. A, **62**, 063616 (2000); **M.Mackie, J.Javanainen.** Phys. Rev. A, **60**, 3174 (1999).
28. **P.D.Drummond, K.V.Kheruntsyan, H.He.** Phys. Rev. Lett., **81**, 3055 (1998); **D.J.Heinzen, R.Wynar, P.D.Drummond, K.V.Kheruntsyan.** Phys. Rev. Lett., **84**, 5029 (2000).

ԱՆՁԱՅ ՍԱՌԸ ՄՈՒԼԵԿՈՒԼՆԵՐԻ ԿԱԶՄԱՎՈՐՄԱՆ ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ  
ԴԵՄԿՈՎ-ԿՈՒՆԻԿԵԻ ԽՆԴՐԻ ՀԱՄԱՐ

Հ. Հ. ԱԶԻԶԲԵԿՅԱՆ

Միջին դաշտի մոտավորության շրջանակներում ուսումնասիրված է գերսառը մոլեկուլների կազմավորման ոչ-գծային դինամիկան այն դեպքի համար, երբ արտաքին դաշտը տրվում է մակարդակների հատման Դեմկով-Կունիկեի մոդելով՝ զանգակաձև կապող դաշտով և վերջավոր փոփոխության ապալարքով: Վերլուծելով ուժեղ փոխազդեցության սահմանի՝ ռեզոնանսի արագ անցման ռեժիմը, որը բնութագրվում է կապող դաշտի զագաթնային բավական բարձր արժեքով և ռեզոնանսի բավական արագ հատմամբ, նշված փոխազդեցության ռեժիմում մոլեկուլների կազմավորման ժամանակային դինամիկայի նկարագրման համար կառուցված է մեծ ճշգրտության մոտավոր լուծում: Անցման վերջնական հավանականության համար կառուցված մոտավորության բացարձակ սխալանքը փոքր է  $3 \times 10^{-6}$ -ից, իսկ ժամանակի որոշ, մի քանի փոքր տիրույթների համար մոտավորության սխալը կարող է աճել մինչև  $10^{-3}$ : Դիտարկելով կառուցված մոտավորության տարբեր գումարելիների դերը՝ ապացուցվել է, որ ուժեղ փոխազդեցության սահմանի՝ ռեզոնանսի արագ անցման ռեժիմում ատոմ-մոլեկուլային փոխակերպումների ժամանակային դինամիկան բաղկացած է մի ոչ-գծային հավասարմամբ՝ դեկավարվող ռեզոնանսի հատման պրոցեսից, որն այնուհետև շարունակվում է ատոմ-մոլեկուլային կոհերենտ տատանումներով, որոնք հիմնականում նկարագրվում են հիմնական ոչ-գծային խնդրի համալուծ գծային խնդրի լուծմամբ:

AN ANSATZ FOR THE NONLINEAR DEMKOV-KUNIKE PROBLEM  
FOR COLD MOLECULE FORMATION

H.H. AZIZBEKYAN

We study nonlinear mean-field dynamics of ultracold molecule formation in the case when the external field configuration is defined by the level-crossing Demkov-Kunike model, characterized by a bell-shaped coupling and finite variation of the detuning. Analyzing the fast sweep rate regime of the strong interaction limit, which models a situation when the peak value of the coupling is large enough and the resonance crossing is sufficiently fast, we construct a highly accurate ansatz to describe the temporal dynamics of the molecule formation in the mentioned interaction regime. The absolute error of the constructed approximation is less than  $3 \times 10^{-6}$  for the final transition probability while at certain time points it might increase up to  $10^{-3}$ . Examining the role of the different terms in the constructed approximation, we prove that in the fast sweep rate regime of the strong interaction limit the temporal dynamics of the atom-molecule conversion effectively consists of the process of resonance crossing, which is governed by a nonlinear equation, followed by atom-molecular coherent oscillations which are basically described by a solution of the linear problem, associated with the considered nonlinear one.